試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

®

数　学　②〔数学Ⅱ　数学Ⅱ・数学B〕

（100 点
60 分）

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は，出願時にそれぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点となることがあります。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～26	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	27～54	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　**選択問題については，いずれか２問を選択し，その問題番号の解答欄に解答**しなさい。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	a	b	c	d
ウ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●	b	c	d

3　数と文字の積の形で解答する場合，数を文字の前にして答えなさい。

例えば，$3a$ と答えるところを，$a3$ と答えてはいけません。

4　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

5　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に2.5と答えたいときは，2.50として答えなさい。

6　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

7　問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\boxed{\text{コ}}}$ などには，選択肢から一つを選んで，答えなさい。

8　同一の問題文中に $\boxed{\text{サシ}}$，$\boxed{\boxed{\text{ス}}}$ などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，$\boxed{\text{サシ}}$，$\boxed{\boxed{\text{ス}}}$ のように細字で表記します。

数学Ⅱ・数学B

<table>
<tr><th>問　題</th><th>選　択　方　法</th></tr>
<tr><td>第1問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第2問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第3問</td><td rowspan="3">いずれか2問を選択し，解答しなさい。</td></tr>
<tr><td>第4問</td></tr>
<tr><td>第5問</td></tr>
</table>

数学Ⅱ・数学B 　（注）この科目には，選択問題があります。（27ページ参照。）

第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕

(1) $k > 0$，$k \neq 1$ とする。関数 $y = \log_k x$ と $y = \log_2 kx$ のグラフについて考えよう。

(i) $y = \log_3 x$ のグラフは点$\left(27,\ \boxed{\text{ア}}\right)$を通る。また，$y = \log_2 \dfrac{x}{5}$ のグラフは点$\left(\boxed{\text{イウ}},\ 1\right)$を通る。

(ii) $y = \log_k x$ のグラフは，k の値によらず定点$\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$を通る。

(iii) $k = 2,\ 3,\ 4$ のとき

$y = \log_k x$ のグラフの概形は $\boxed{\text{カ}}$

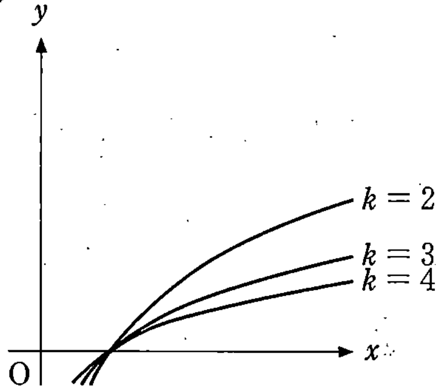
$y = \log_2 kx$ のグラフの概形は $\boxed{\text{キ}}$

である。

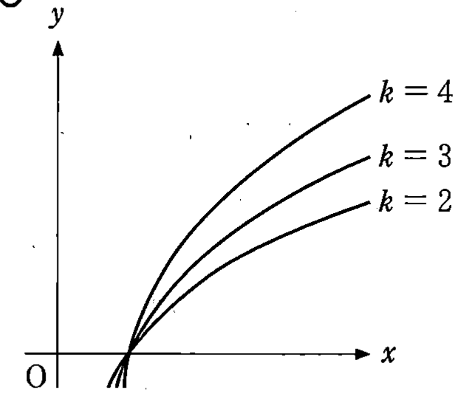
（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

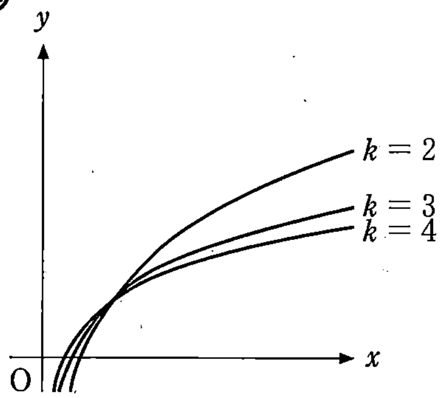
⓪



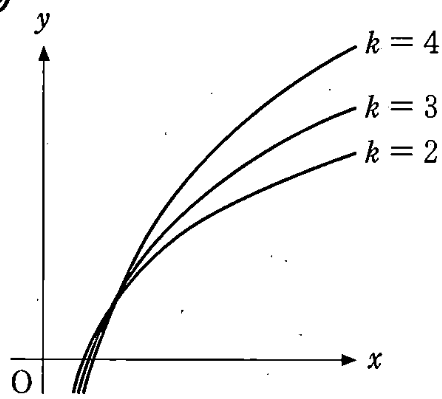
①



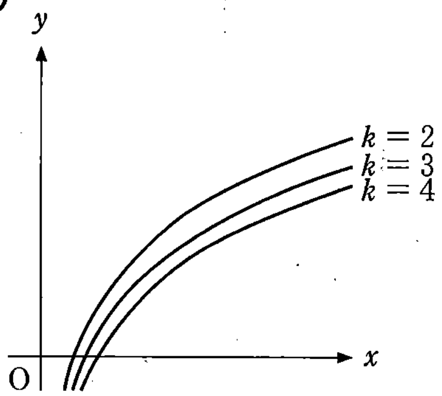
②



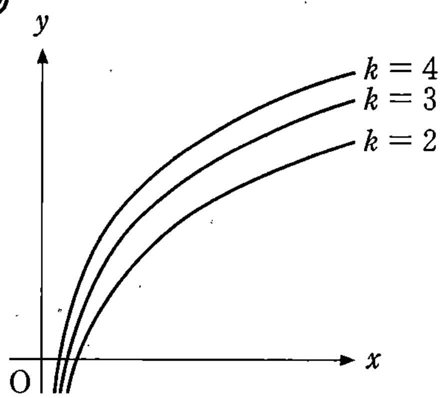
③



④



⑤

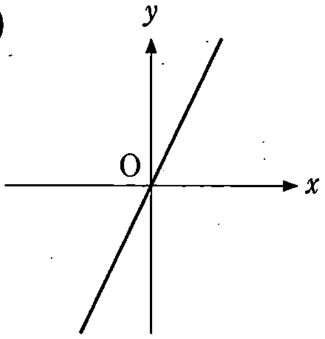


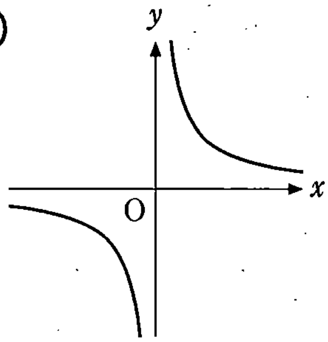
（数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。）

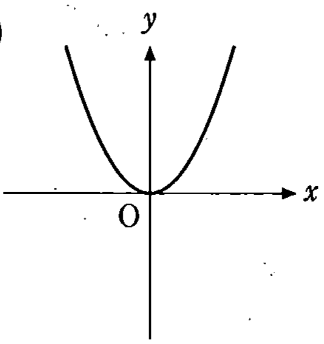
(2) $x > 0$, $x \neq 1$, $y > 0$ とする。$\log_x y$ について考えよう。

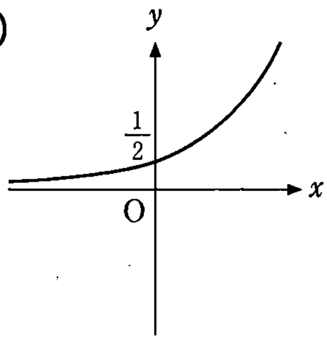
(i) 座標平面において，方程式 $\log_x y = 2$ の表す図形を図示すると，$\boxed{\text{ク}}$ の $x > 0$，$x \neq 1$，$y > 0$ の部分となる。

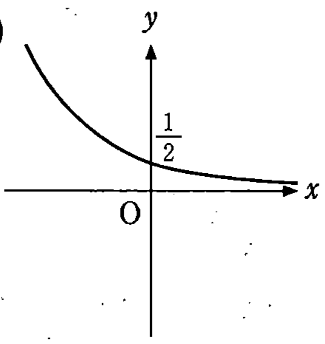
$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

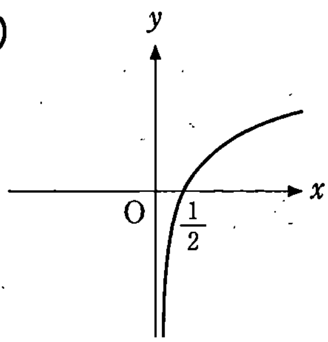
⓪


①


②


③


④


⑤


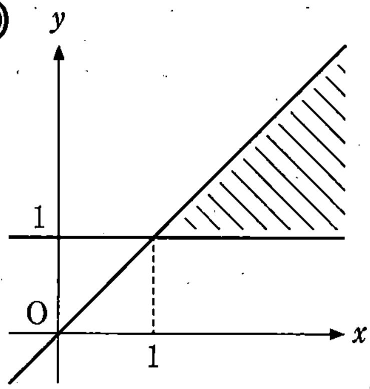
（数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。）

(ii) 座標平面において，不等式 $0 < \log_x y < 1$ の表す領域を図示すると，

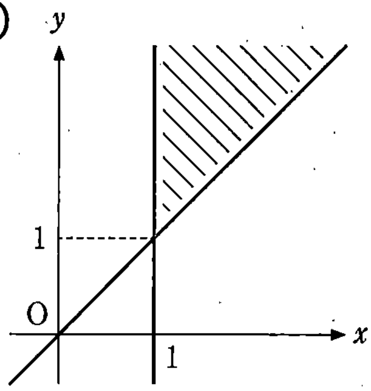
$\boxed{\text{ケ}}$ の斜線部分となる。ただし，境界(境界線)は含まない。

$\boxed{\text{ケ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

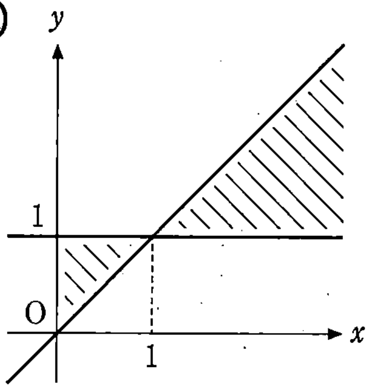
⓪



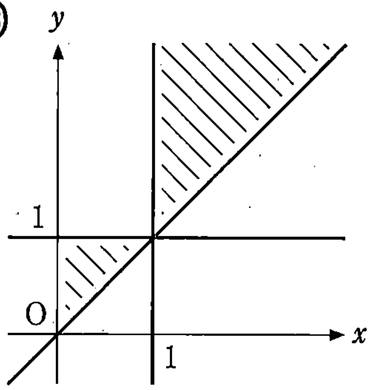
①



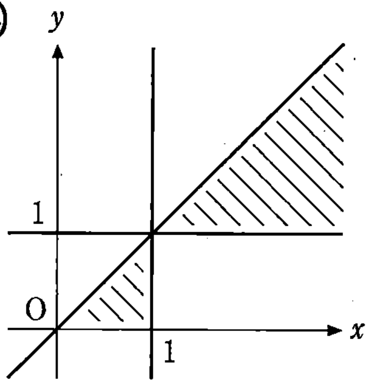
②



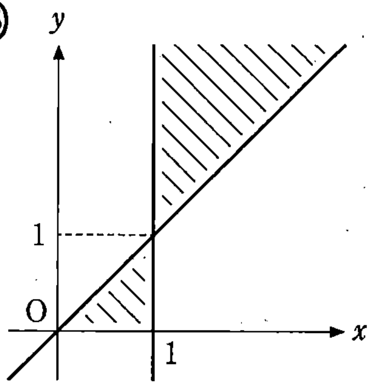
③



④



⑤



(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

〔2〕 $S(x)$ を x の2次式とする。x の整式 $P(x)$ を $S(x)$ で割ったときの商を $T(x)$，余りを $U(x)$ とする。ただし，$S(x)$ と $P(x)$ の係数は実数であるとする。

(1) $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 10x + 5$，$S(x) = x^2 + 4x + 7$ の場合を考える。

方程式 $S(x) = 0$ の解は $x = \boxed{\text{コサ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{シ}}}\, i$ である。

また，$T(x) = \boxed{\text{ス}}\, x - \boxed{\text{セ}}$，$U(x) = \boxed{\text{ソタ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) 方程式 $S(x)=0$ は異なる二つの解 α，β をもつとする。このとき

$P(x)$ を $S(x)$ で割った余りが定数になる

ことと同値な条件を考える。

(i) 余りが定数になるときを考えてみよう。

仮定から，定数 k を用いて $U(x)=k$ とおける。このとき，$\boxed{チ}$。

したがって，余りが定数になるとき，$\boxed{ツ}$ が成り立つ。

$\boxed{チ}$ については，最も適当なものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ $P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$P(x)=S(x)T(x)+k$ となることが導かれる。また，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ となることが導かれる

① $P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $P(\alpha)=P(\beta)=k$ が成り立つことから，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ となることが導かれる

② $S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(x)=S(x)T(x)+k$ となることが導かれる。また，$S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる

③ $P(x)=S(x)T(x)+k$ かつ $S(\alpha)=S(\beta)=0$ が成り立つことから，$P(\alpha)=P(\beta)=k$ となることが導かれる

$\boxed{ツ}$ の解答群

⓪ $T(\alpha)=T(\beta)$	① $P(\alpha)=P(\beta)$
② $T(\alpha)\neq T(\beta)$	③ $P(\alpha)\neq P(\beta)$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(ii) 逆に $\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つとき，余りが定数になるかを調べよう。

$S(x)$が2次式であるから，m，nを定数として$U(x) = mx + n$とおける。$P(x)$を$S(x)$，$T(x)$，m，nを用いて表すと，$P(x) = \boxed{\text{テ}}$となる。この等式のxにα，βをそれぞれ代入すると $\boxed{\text{ト}}$ となるので，$\boxed{\text{ツ}}$ と$\alpha \neq \beta$より $\boxed{\text{ナ}}$ となる。以上から余りが定数になることがわかる。

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ $(mx + n)S(x)T(x)$	① $S(x)T(x) + mx + n$
② $(mx + n)S(x) + T(x)$	③ $(mx + n)T(x) + S(x)$

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ $P(\alpha) = T(\alpha)$ かつ $P(\beta) = T(\beta)$

① $P(\alpha) = m\alpha + n$ かつ $P(\beta) = m\beta + n$

② $P(\alpha) = (m\alpha + n)T(\alpha)$ かつ $P(\beta) = (m\beta + n)T(\beta)$

③ $P(\alpha) = P(\beta) = 0$

④ $P(\alpha) \neq 0$ かつ $P(\beta) \neq 0$

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ $m \neq 0$	① $m \neq 0$ かつ $n = 0$
② $m \neq 0$ かつ $n \neq 0$	③ $m = 0$
④ $m = n = 0$	⑤ $m = 0$ かつ $n \neq 0$
⑥ $n = 0$	⑦ $n \neq 0$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(i), (ii)の考察から，方程式$S(x)=0$が異なる二つの解α，βをもつとき，$P(x)$を$S(x)$で割った余りが定数になることと $\boxed{\boxed{\text{ツ}}}$ であることは同値である。

(3) pを定数とし，$P(x)=x^{10}-2x^9-px^2-5x$，$S(x)=x^2-x-2$の場合を考える。$P(x)$を$S(x)$で割った余りが定数になるとき，$p=$ $\boxed{\text{ニヌ}}$ となり，その余りは $\boxed{\text{ネノ}}$ となる。

第2問 （必答問題）（配点　30）

m を $m>1$ を満たす定数とし，$f(x)=3(x-1)(x-m)$ とする。また，$S(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ とする。関数 $y=f(x)$ と $y=S(x)$ のグラフの関係について考えてみよう。

(1) $m=2$ のとき，すなわち，$f(x)=3(x-1)(x-2)$ のときを考える。

(i) $f'(x)=0$ となる x の値は $x=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(ii) $S(x)$ を計算すると

$$\begin{aligned} S(x) &= \int_0^x f(t)\,dt \\ &= \int_0^x \left(3t^2-\boxed{\text{ウ}}\,t+\boxed{\text{エ}}\right)dt \\ &= x^3-\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x^2+\boxed{\text{キ}}\,x \end{aligned}$$

であるから

$x=\boxed{\text{ク}}$ のとき，$S(x)$ は極大値 $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ をとり

$x=\boxed{\text{サ}}$ のとき，$S(x)$ は極小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとることがわかる。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

(iii) $f(3)$と一致するものとして，次の⓪～④のうち，正しいものは $\boxed{\text{ス}}$ である。

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

⓪	$S(3)$
①	2点$(2,\ S(2))$，$(4,\ S(4))$を通る直線の傾き
②	2点$(0,\ 0)$，$(3,\ S(3))$を通る直線の傾き
③	関数$y=S(x)$のグラフ上の点$(3,\ S(3))$における接線の傾き
④	関数$y=f(x)$のグラフ上の点$(3,\ f(3))$における接線の傾き

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で，関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を S_1，$1 \leqq x \leqq m$ の範囲で，関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき，$S_1=$ $\boxed{セ}$，$S_2=$ $\boxed{ソ}$ である。

$S_1=S_2$ となるのは $\boxed{タ}=0$ のときであるから，$S_1=S_2$ が成り立つような $f(x)$ に対する関数 $y=S(x)$ のグラフの概形は $\boxed{チ}$ である。また，$S_1>S_2$ が成り立つような $f(x)$ に対する関数 $y=S(x)$ のグラフの概形は $\boxed{ツ}$ である。

$\boxed{セ}$，$\boxed{ソ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

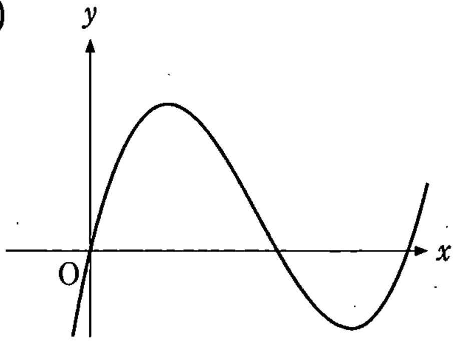
⓪ $\int_0^1 f(x)\,dx$	① $\int_0^m f(x)\,dx$	② $\int_1^m f(x)\,dx$
③ $\int_0^1 \{-f(x)\}\,dx$	④ $\int_0^m \{-f(x)\}\,dx$	⑤ $\int_1^m \{-f(x)\}\,dx$

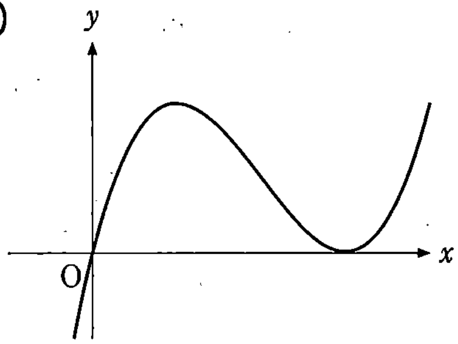
$\boxed{タ}$ の解答群

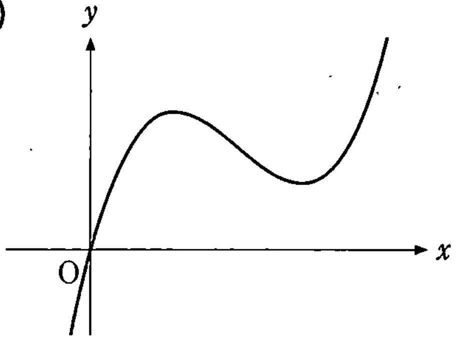
⓪ $\int_0^1 f(x)\,dx$	① $\int_0^m f(x)\,dx$
② $\int_1^m f(x)\,dx$	③ $\int_0^1 f(x)\,dx-\int_0^m f(x)\,dx$
④ $\int_0^1 f(x)\,dx-\int_1^m f(x)\,dx$	⑤ $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_0^m f(x)\,dx$
⑥ $\int_0^m f(x)\,dx+\int_1^m f(x)\,dx$	

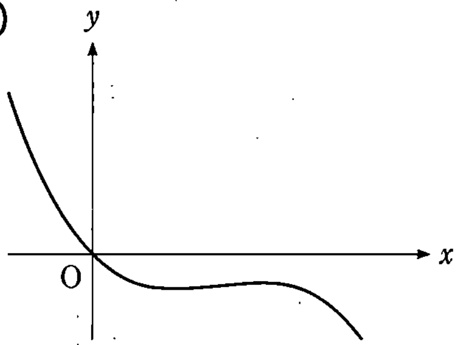
（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

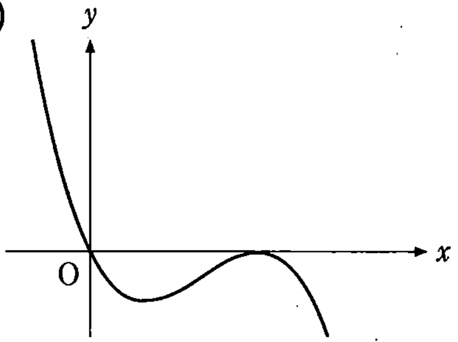
$\boxed{\text{チ}}$ ，$\boxed{\text{ツ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

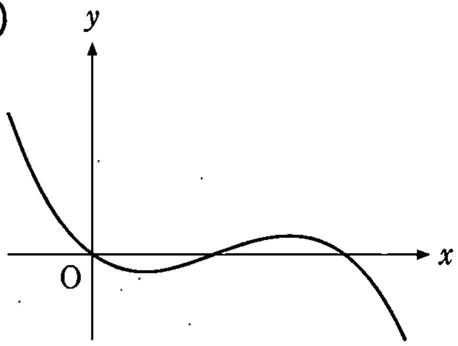
⓪


①


②


③


④


⑤


（数学Ⅱ・数学B第２問は次ページに続く。）

(3) 関数 $y=f(x)$ のグラフの特徴から関数 $y=S(x)$ のグラフの特徴を考えてみよう。

関数 $y=f(x)$ のグラフは直線 $x=$ $\boxed{\text{テ}}$ に関して対称であるから，すべての正の実数 p に対して

$$\int_{1-p}^{1} f(x)\,dx = \int_{m}^{\boxed{\text{ト}}} f(x)\,dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立ち，$M=$ $\boxed{\text{テ}}$ とおくと $0<q\leqq M-1$ であるすべての実数 q に対して

$$\int_{M-q}^{M} \{-f(x)\}\,dx = \int_{M}^{\boxed{\text{ナ}}} \{-f(x)\}\,dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

が成り立つことがわかる。すべての実数 α，β に対して

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx = S(\beta)-S(\alpha)$$

が成り立つことに注意すれば，① と ② はそれぞれ

$$S(1-p)+S\left(\boxed{\text{ト}}\right)=\boxed{\text{ニ}}$$

$$2\,S(M)=\boxed{\text{ヌ}}$$

となる。

以上から，すべての正の実数 p に対して，2点 $(1-p,\ S(1-p))$，$\left(\boxed{\text{ト}},\ S\left(\boxed{\text{ト}}\right)\right)$ を結ぶ線分の中点についての記述として，後の ⓪～⑤ のうち，最も適当なものは $\boxed{\text{ネ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ m	① $\dfrac{m}{2}$	② $m+1$	③ $\dfrac{m+1}{2}$

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ $1-p$	① p	② $1+p$
③ $m-p$	④ $m+p$	

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ $M-q$	① M	② $M+q$
③ $M+m-q$	④ $M+m$	⑤ $M+m+q$

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

⓪ $S(1)+S(m)$	① $S(1)+S(p)$	② $S(1)-S(m)$
③ $S(1)-S(p)$	④ $S(p)-S(m)$	⑤ $S(m)-S(p)$

$\boxed{\text{ヌ}}$ の解答群

⓪ $S(M-q)+S(M+m-q)$	① $S(M-q)+S(M+m)$
② $S(M-q)+S(M)$	③ $2S(M-q)$
④ $S(M+q)+S(M-q)$	⑤ $S(M+m+q)+S(M-q)$

$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群

⓪ x 座標は p の値によらず一つに定まり，y 座標は p の値により変わる。
① x 座標は p の値により変わり，y 座標は p の値によらず一つに定まる。
② 中点は p の値によらず一つに定まり，関数 $y=S(x)$ のグラフ上にある。
③ 中点は p の値によらず一つに定まり，関数 $y=f(x)$ のグラフ上にある。
④ 中点は p の値によって動くが，つねに関数 $y=S(x)$ のグラフ上にある。
⑤ 中点は p の値によって動くが，つねに関数 $y=f(x)$ のグラフ上にある。

第3問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて47ページの正規分布表を用いてもよい。また，ここでの**晴れ**の定義については，気象庁の天気概況の「快晴」または「晴」とする。

(1) 太郎さんは，自分が住んでいる地域において，日曜日に**晴れ**となる確率を考えている。

晴れの場合は1，**晴れ**以外の場合は0の値をとる確率変数をXと定義する。また，$X=1$である確率をpとすると，その確率分布は表1のようになる。

表 1

X	0	1	計
確　率	$1-p$	p	1

この確率変数Xの平均(期待値)をmとすると

$$m = \boxed{\text{ア}}$$

となる。

太郎さんは，ある期間における連続したn週の日曜日の天気を，表1の確率分布をもつ母集団から無作為に抽出した大きさnの標本とみなし，それらのXを確率変数X_1，X_2，…，X_nで表すことにした。そして，その標本平均$\overline{X}$を利用して，母平均mを推定しようと考えた。実際に$n=300$として**晴れ**の日数を調べたところ，表2のようになった。

表 2

天　気	日　数
晴れ	75
晴れ以外	225
計	300

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

母標準偏差をσとすると，$n=300$は十分に大きいので，標本平均$\overline{X}$は近似的に正規分布$N\left(m,\ \boxed{\text{イ}}\right)$に従う。

一般に，母標準偏差σがわからないとき，標本の大きさnが大きければ，σの代わりに標本の標準偏差Sを用いてもよいことが知られている。Sは

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\{(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+\cdots+(X_n-\overline{X})^2\}}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{n}(X_1{}^2+X_2{}^2+\cdots+X_n{}^2)-\boxed{\text{ウ}}}$$

で計算できる。ここで，$X_1{}^2=X_1$，$X_2{}^2=X_2$，…，$X_n{}^2=X_n$であることに着目し，右辺を整理すると，$S=\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$と表されることがわかる。

よって，表2より，大きさ$n=300$の標本から求められる母平均mに対する信頼度95％の信頼区間は$\boxed{\text{オ}}$となる。

$\boxed{\text{ア}}$の解答群

⓪ p	① p^2	② $1-p$	③ $(1-p)^2$

$\boxed{\text{イ}}$の解答群

⓪ σ	① σ^2	② $\dfrac{\sigma}{n}$	③ $\dfrac{\sigma^2}{n}$	④ $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\overline{X}$	① $(\overline{X})^2$	② $\overline{X}(1-\overline{X})$	③ $1-\overline{X}$

$\boxed{\text{オ}}$については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $0.201 \leqq m \leqq 0.299$	① $0.209 \leqq m \leqq 0.291$
② $0.225 \leqq m \leqq 0.250$	③ $0.225 \leqq m \leqq 0.275$
④ $0.247 \leqq m \leqq 0.253$	⑤ $0.250 \leqq m \leqq 0.275$

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(2) ある期間において，「ちょうど3週続けて日曜日の天気が**晴れ**になること」がどのくらいの頻度で起こり得るのかを考察しよう。以下では，連続する k 週の日曜日の天気について，(1)の太郎さんが考えた確率変数のうち X_1，X_2，…，X_k を用いて調べる。ただし，k は3以上300以下の自然数とする。

X_1，X_2，…，X_k の値を順に並べたときの0と1からなる列において，「ちょうど三つ続けて1が現れる部分」をAとし，Aの個数を確率変数 U_k で表す。例えば，$k=20$ とし，X_1，X_2，…，X_{20} の値を順に並べたとき

$$1,1,1,1,0,\underbrace{1,1,1}_{\text{A}},0,0,1,1,1,1,1,0,0,\underbrace{1,1,1}_{\text{A}}$$

であったとする。この例では，下線部分はAを示しており，1が四つ以上続く部分はAとはみなさないので，$U_{20}=2$ となる。

$k=4$ のとき，X_1，X_2，X_3，X_4 のとり得る値と，それに対応した U_4 の値を書き出すと，表3のようになる。

表 3

X_1	X_2	X_3	X_4	U_4
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
1	1	0	0	0
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
1	1	1	0	1
1	1	0	1	0
1	0	1	1	0
0	1	1	1	1
1	1	1	1	0

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

ここで，U_k の期待値を求めてみよう。(1)における p の値を $p=\dfrac{1}{4}$ とする。

$k=4$ のとき，U_4 の期待値は

$$E(U_4)=\frac{\boxed{\text{カ}}}{128}$$

となる。$k=5$ のとき，U_5 の期待値は

$$E(U_5)=\frac{\boxed{\text{キク}}}{1024}$$

となる。

4以上の k について，k と $E(U_k)$ の関係を詳しく調べると，座標平面上の点 $(4,\ E(U_4))$，$(5,\ E(U_5))$，…，$(300,\ E(U_{300}))$ は一つの直線上にあることがわかる。この事実によって

$$E(U_{300})=\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

となる。

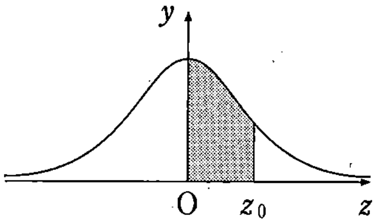
(数学Ⅱ・数学B第3問は47ページに続く。)

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学Bの試験問題は次に続く。

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問 （選択問題）（配点　20）

(1) 数列$\{a_n\}$が

$$a_{n+1} - a_n = 14 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。

$a_1 = 10$ のとき，$a_2 = \boxed{\text{アイ}}$，$a_3 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

数列$\{a_n\}$の一般項は，初項a_1を用いて

$$a_n = a_1 + \boxed{\text{オカ}}\,(n-1)$$

と表すことができる。

(2) 数列$\{b_n\}$が

$$2b_{n+1} - b_n + 3 = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。

数列$\{b_n\}$の一般項は，初項b_1を用いて

$$b_n = \left(b_1 + \boxed{\text{キ}}\right)\left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)^{n-1} - \boxed{\text{コ}}$$

と表すことができる。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんは

$$(c_n+3)(2c_{n+1}-c_n+3)=0 \quad (n=1,2,3,\cdots) \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす数列$\{c_n\}$について調べることにした。

(i)

- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_1=5$のとき，$c_2=$ $\boxed{\text{サ}}$ である。
- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$のとき，$c_2=$ $\boxed{\text{シス}}$，$c_1=$ $\boxed{\text{セソ}}$ である。

(ii) 太郎さんは，数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$となる場合について考えている。

$c_3=-3$のとき，c_4がどのような値でも

$$(c_3+3)(2c_4-c_3+3)=0$$

が成り立つ。

- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$，$c_4=5$のとき

$$c_1=\boxed{\text{セソ}},\ c_2=\boxed{\text{シス}},\ c_3=-3,\ c_4=5,\ c_5=\boxed{\text{タ}}$$

である。

- 数列$\{c_n\}$が①を満たし，$c_3=-3$，$c_4=83$のとき

$$c_1=\boxed{\text{セソ}},\ c_2=\boxed{\text{シス}},\ c_3=-3,\ c_4=83,\ c_5=\boxed{\text{チツ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(iii) 太郎さんは(i)と(ii)から，$c_n=-3$ となることがあるかどうかに着目し，次の**命題A**が成り立つのではないかと考えた。

> **命題A** 数列 $\{c_n\}$ が ① を満たし，$c_1 \neq -3$ であるとする。このとき，すべての自然数 n について $c_n \neq -3$ である。

命題Aが真であることを証明するには，**命題A**の仮定を満たす数列 $\{c_n\}$ について，$\boxed{テ}$ を示せばよい。

実際，このようにして**命題A**が真であることを証明できる。

$\boxed{テ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $c_2 \neq -3$ かつ $c_3 \neq -3$ であること

① $c_{100} \neq -3$ かつ $c_{200} \neq -3$ であること

② $c_{100} \neq -3$ ならば $c_{101} \neq -3$ であること

③ $n=k$ のとき $c_n \neq -3$ が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときも $c_n \neq -3$ が成り立つこと

④ $n=k$ のとき $c_n=-3$ が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときも $c_n=-3$ が成り立つこと

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(iv) 次の(Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)は，数列$\{c_n\}$に関する命題である。

(Ⅰ) $c_1 = 3$ かつ $c_{100} = -3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$がある。

(Ⅱ) $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = -3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$がある。

(Ⅲ) $c_1 = -3$ かつ $c_{100} = 3$ であり，かつ①を満たす数列$\{c_n\}$がある。

(Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{ト}$ である。

$\boxed{ト}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(Ⅱ)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(Ⅲ)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽

第5問 （選択問題）（配点　20）

点Oを原点とする座標空間に4点A(2，7，−1)，B(3，6，0)，C(−8，10，−3)，D(−9，8，−4)がある。A，Bを通る直線をℓ_1とし，C，Dを通る直線をℓ_2とする。

(1)

$$\overrightarrow{AB} = \left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$$

であり，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = \boxed{\text{オ}}$である。

(2) 花子さんと太郎さんは，点Pがℓ_1上を動くとき，$|\overrightarrow{OP}|$が最小となるPの位置について考えている。

Pがℓ_1上にあるので，$\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB}$を満たす実数$s$があり，$\overrightarrow{OP} = \boxed{\text{カ}}$が成り立つ。

$|\overrightarrow{OP}|$が最小となるsの値を求めればPの位置が求まる。このことについて，花子さんと太郎さんが話をしている。

花子：$|\overrightarrow{OP}|^2$が最小となるsの値を求めればよいね。

太郎：$|\overrightarrow{OP}|$が最小となるときの直線OPとℓ_1の関係に着目してもよさそうだよ。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2 = \boxed{\text{キ}}\,s^2 - \boxed{\text{クケ}}\,s + \boxed{\text{コサ}}$ である。

また，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ が最小となるとき，直線 OP と ℓ_1 の関係に着目すると $\boxed{\text{シ}}$ が成り立つことがわかる。

花子さんの考え方でも，太郎さんの考え方でも，$s = \boxed{\text{ス}}$ のとき $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ が最小となることがわかる。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $s\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$	① $s\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$
② $\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$	③ $(1-2s)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$
④ $(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$	

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

⓪ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} > 0$	① $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = 0$
② $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} < 0$	③ $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}| = |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$
④ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AP}}$	⑤ $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AP}} = 0$
⑥ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = |\overrightarrow{\mathrm{OP}}|\,|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$	

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(3) 点Pがℓ_1上を動き，点Qがℓ_2上を動くとする。このとき，線分PQの長さが最小になるPの座標は$\left(\boxed{\text{セソ}},\ \boxed{\text{タチ}},\ \boxed{\text{ツテ}}\right)$，Qの座標は$\left(\boxed{\text{トナ}},\ \boxed{\text{ニヌ}},\ \boxed{\text{ネノ}}\right)$である。