

## 解析学 I 演習問題 2

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  を任意の実数列とすると、次の (a)–(c) の少なくとも 1 つが成り立つことを示せ:

- (a) ある実数に収束する部分列  $\{a_{k(n)}\}_{n=1}^{\infty}$  が存在する.
- (b)  $\infty$  に発散する部分列  $\{a_{k(n)}\}_{n=1}^{\infty}$  が存在する.
- (c)  $-\infty$  に発散する部分列  $\{a_{k(n)}\}_{n=1}^{\infty}$  が存在する.

**Hint:** ①:  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が上に有界でない場合, ②:  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が上に有界でない場合, ③: ①でも②でもない場合, に分けて考える.  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が上に有界でない場合には,  $a_{k(1)} \geq 1$  であるような  $k(1) \in \mathbb{N}$  が存在する (なぜか?). このとき,  $\{a_n : n > k(1)\}$  は上に有界でないので,  $a_{k(2)} \geq 2$  かつ  $k(2) > k(1)$  であるような  $k(2) \in \mathbb{N}$  が存在する.  
.....

(解答欄)

学籍番号: \_\_\_\_\_

氏 名: \_\_\_\_\_

(解答欄として裏面も利用可能)

(解答欄)

学籍番号: \_\_\_\_\_ 120400xx \_\_\_\_\_

氏 名: \_\_\_\_\_ 外山 大楽 \_\_\_\_\_

ここに解答を記入