解析学 I　演習問題 2

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ を任意の実数列とするとき，次の (a)–(c) の少なくとも 1 つが成り立つことを示せ：

(a) ある実数に収束する部分列 $\{a_{k(n)}\}_{n=1}^{\infty}$ が存在する．

(b) ∞ に発散する部分列 $\{a_{k(n)}\}_{n=1}^{\infty}$ が存在する．

(c) $-\infty$ に発散する部分列 $\{a_{k(n)}\}_{n=1}^{\infty}$ が存在する．

Hint: ①: $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が上に有界でない場合，②: $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が上に有界でない場合，③: ①でも②でもない場合，に分けて考える．$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が上に有界でない場合には，$a_{k(1)} \geqslant 1$ であるような $k(1) \in \mathbb{N}$ が存在する（なぜか?）．このとき，$\{a_n : n > k(1)\}$ は上に有界でないので，$a_{k(2)} \geqslant 2$ かつ $k(2) > k(1)$ であるような $k(2) \in \mathbb{N}$ が存在する．

（解答欄）

学籍番号: 120400xx

氏　名: 外山 大楽

ここに解答を記入