フーリエ級数・フーリエ変換・ラプラス変換

田中義文，山根毅郎，森下洋子，橋本壮志，松田知之

はじめに

1

本項は竹内 淳著の「高校数学でわかるフーリエ変換」の核心部分だけを述べる．講談社 BLUE BACKS シリーズの著書はフーリエの歴史的背景

ここで a_n, b_n および C を求めるわけであるが，1-1 式の両辺に m を整数として，$\cos m\theta$ を掛け，$-\pi$ から $+\pi$ までを積分すると，

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos m\theta\, f(\theta) d\theta = C \int_{-\pi}^{\pi} \cos m\theta\, d\theta$$

となる．したがって，$(m+n)\theta$ の項も $(m-n)\theta$ の項はも積分して 0 になり $\sum$ の項は n しか残らない．これらの結果から，

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos n\theta\, f(\theta)\, d\theta \text{ ....1-3)}$$

が求められる．

今度は 1-1 式の両辺に $\sin m\theta$ を掛け，$-\pi$ から $+\pi$ までを積分すると，

1-1 式では n は 1 より始まるが，$n \geq 0$ にまで拡張すると，1-3 式より

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \cos 0 f(\theta) d\theta = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) d\theta$$
$$= 2C$$

つまり，a_0 は 1-6 式の 2 倍になるから $C = \frac{1}{2}a_0$ と書ける．また b_0 については $n = 0$ を 1-5 式に代入すると 0 を積分することになり，$b_0 = 0$ であ